Муниципальное общеобразовательное бюджетное учреждение

средняя общеобразовательная школа №28 г. Сочи

**Различные способы решения квадратных уравнений**

Выполнили: Бедикян Эдуард Артаваздович,

Капсузян Врам Арамович,

ученики 8 класса «Б»

Руководитель: Галайджян Андрей Сетракович, учитель математики МОУ СОШ № 28

СОЧИ, 2014

Оглавление

[История возникновения квадратных уравнений 5](#_Toc406140827)

[Квадратные уравнения и его корни 7](#_Toc406140828)

[Неполное квадратное уравнение 7](#_Toc406140829)

[Решение квадратных уравнений 8](#_Toc406140830)

[Метод выделения полного квадрата 8](#_Toc406140831)

[Решение квадратных уравнений по формуле. 8](#_Toc406140832)

[Теорема Виета 9](#_Toc406140833)

[Приёмы устного решения квадратного уравнения. 10](#_Toc406140834)

[Свойства коэффициентов квадратного уравнения: 10](#_Toc406140835)

[Приём «Переброски» 10](#_Toc406140836)

[Заключение 12](#_Toc406140837)

[Литература 13](#_Toc406140838)

**Введение**

Квадратные уравнения находят широкое применение при решении тригонометрических, показательных, иррациональных уравнений и неравенств. Решение многих задач математики, физики и практики сводится к решению алгебраических уравнений.

Квадратное уравнение представляет собой большой и важный класс уравнений, решающих как с помощью формул, так и с помощью элементарных функций.

В школьном курсе математики изучаются формулы корней квадратных уравнений, с помощью которых можно решать любые квадратные уравнения.

Однако имеются и другие приёмы решения квадратных уравнений, которые позволяют очень быстро и рационально решать квадратные уравнения.

Данные приёмы решения заслуживают внимания, поскольку они не отражены в школьных учебниках математики.

Овладение данными приёмами поможет нам экономить время и эффективно решать уравнения.

Потребность в быстром решении обусловлена применением тестовой системы экзаменов.

Таким образом, возникает необходимость изучения этих дополнительных способов решения. Все сказанное выше определяет актуальность темы выполненной работы.

**Цель работы:** формирование умения решать квадратные уравнения.

**Задачи:**

* изучить историю развития квадратных уравнений;
* произвести анализ учебно-методической литературы по решению квадратных уравнений;
* произвести анализ различных способов решения квадратных уравнений;
* изучить различные способы решения квадратных уравнений и апробировать материал на практике;
* составить сборник задач и презентацию «Различные способы решения квадратных уравнений».

**Мы провели опрос старшеклассников:**

1. Надо ли уметь решать квадратное уравнение?
2. Часто ли ты решаешь квадратное уравнение?
3. Используешь ли ты при решении уравнений свойства коэффициентов?

**Результаты опроса выглядят так:**

**Мы провели анализ диагностических тестов ГИА.**

Более 20% всех заданий требуют умения решать квадратные уравнения.

По школьной программе квадратные уравнения мы будем изучать в конце второй четверти, поэтому нас и заинтересовала эта тема.

# История возникновения квадратных уравнений

Квадратные уравнения в Индии

Задачи на квадратные уравнения встречаются в астрономическом трактате «Ариабхаттиам», составленном в 499 г. Индийским математиком и астрономом Ариабхатой. Другой индийский ученый – Брахмагупта (VII в.) изложил общее правило решения квадратных уравнений. Правило Брахмагупты по существу совпадает с современным.

В древней Индии были распространены публичные соревнования в решении трудных задач. В одной из старинных индийских книг говорится по поводу таких соревнований следующее: «Как солнце блеском своим затмевает звезды, так ученый человек затмит славу другого в народных собраниях, предлагая и решая алгебраические задачи». Задачи часто облекались в стихотворную форму.

Брахмагупт

Вот одна из задач знаменитого индийского математика XII в Бхаскары:

Обезьянок резвых стая

Власть поевши, развлекалась.

Их в квадрате часть восьмая

На поляне забавлялась,

А двенадцать по лианам

Стали прыгать, повисая.

Сколько ж было обезьянок

Ты скажи мне, в этой стае?

Решение Бхаскары свидетельствует о том, что он знал о двузначности корней квадратных уравнений.

x2 – 64х = - 768,

x2 – 64х +322 = - 768 + 1024,

(х – 32)2 = 256,

x1 = 16, х2 = 48

Квадратные уравнения в Древнем Вавилоне

Квадратные уравнения умели решать вавилоняне около 2000 лет до н.э. Применяя современную алгебраическую запись, можно сказать, что в их клинописных текстах встречаются, кроме неполных, и таких, например, полные уравнения.

Правило решения этих уравнений, изложенное в вавилонских текстах, совпадает по существу с современным, однако неизвестно, каким образом дошли вавилоняне до этого правила. Почти все найденный до сих пор клинописные тексты приводят только задачи с решениями, изложенными в виде рецептов, без указаний относительно того, каким образом они были найдены. Несмотря на высокий уровень развития алгебры в Вавилоне, в клинописных текстах отсутствуют понятие отрицательного числа и общие методы решения квадратных уравнений.

Квадратные уравнения в Европе в XII – XVII вв.

Формы решения квадратных уравнений по образцу ал - Хорезми в Европе были в первые изложены в «Книге абаха», написанной в 1202 году, итальянским математиком Леонардо Фибоначчи. Автор разработал самостоятельно некоторые новые алгебраические примеры решения задач и первый в Европе подошел к введению отрицательных чисел. Его книга способствовала распространению алгебраических знаний не только в Италии, но и в Германии, Франции и других странах Европы. Многие задачи из «Книги абаха» переходили почти во все европейские учебники XVI – XVII вв. и частично XVIII в. Общее правило решения квадратных уравнений, приведенных к единому каноническому виду

Леонардо Фибоначчи

при всевозможных комбинациях знаков и коэффициентов b, c, было сформулировано в Европе в 1544 г. М. Штифелем. Вывод формулы решения квадратного уравнения в общем виде имеется у Виета, однако Виет признавал только положительные корни Виет знаменитый француский ученый также по профессии адвокат. Итальянские ученые Тарталья, Кардано, Бомбелли среди первых в XVI в. учитывают, помимо положительных, и отрицательные корни. Лишь в XVII в. Благодаря трудам Жиррара, Декарта, Ньютона и других ученых, способ решения квадратных уравнений принимает современный вид.

Исаак Ньютон

Рене Декарт

# Квадратные уравнения и его корни

***Квадратным уравнением*** *называется уравнение ах² + bх + с = 0, где а≠0, а, b,с – заданные числа, х – неизвестное.*

Коэффициенты *а, b,с* квадратного уравнения называют так: а - *первым или старшим коэффициентом, b - вторым коэффициентом, с - свободным членом.*

## Неполное квадратное уравнение

Квадратное уравнение называют ***неполным***, если хотя бы один из коэффициентов  *b или с* равен нулю.

1. *ах² = 0, х=0*

*2) ах² + с = 0, ах² = -с*

*1.****если с>0****, то нет действительных корней*

*2.****если с<0****, то х²= -с/а*

*х= *

1. *ах² + bх = 0, х(ах+в)=0*

*х=0 или ах=- в*

*х=- в/а*

Пример 1: 5х²=0

х=0

Ответ: х= 0

Пример 2: 3х² - 27 = 0

3х²=27

х²=9

х 1,2= 

Ответ: х1,2 = 

Пример 3: х²+7=0

х²=-7

Ответ: нет действительных корней

Пример 4: х²- 6х=0

х(х-6)=0

х1=0 или х2=6

Ответ: х1=0; х2=6

## Решение квадратных уравнений

### Метод выделения полного квадрата

Пример 1: решить квадратное уравнение

х² + 2х – 3=0

* Преобразуем это уравнение так:

х² + 2х = 3,

х² + 2х +1= 3+1,

(х + 1)² = 4.

Следовательно, х+1=2 или х+1= -2, откуда х1=1, х2= -3.

Решая уравнение, мы преобразовали его так, что в левой части получился квадрат двучлена, а правая часть не содержит неизвестное.

### Решение квадратных уравнений по формуле.

*ах² + bх + с = 0*

***D=b²- 4ac***

*Если* ***D =0****,то х=*

*Если* ***D>0****,то *

*Если* ***D<0****, то уравнение не имеет действительных корней*

Пример 1: х² - 4х +5 =0

*D=16-4·1·5=-4*

*D****<0****, то уравнение не имеет действительных корней*

Пример 2: 2х² + 3х + 1 = 0

*D=9-4·2·1=1*

*х1=*



Ответ: -1; - ½

Если в квадратном уравнении второй коэффициент четный, т.е. b=2k, то при его корни могут быть найдены по формуле .

Пример 3. .

,

.

Ответ:

### Теорема Виета

Если - корни уравнения

х² + bх + c = 0,

то справедливы формулы



Т.е. сумма корней приведенного квадратного уравнения равна второму коэффициенту, взятому с противоположным знаком, а произведение корней равно свободному члену.

Пример1: х² - 14х – 15 =0



Ответ: 15; -1

По праву достойна в стихах быть воспета

О свойствах корней теорема Виета.

Что лучше, скажи, постоянства такого:

Умножишь ты корни – и дробь уж готова?

В числителе c, в знаменателе а.

А сумма корней тоже дроби равна.

Хоть с минусом дробь, что за беда.

В числителе b, в знаменателе а.

## Приёмы устного решения квадратного уравнения.

### Свойства коэффициентов квадратного уравнения:

Если в квадратном уравнении сумма коэффициентов , то .

Пример: ;

Так как , то .

Если в квадратном уравнении выполняется равенство , то .

Пример: ;

Так как , то .

Пример. Решить уравнения с большими коэффициентами:

1. ;

;

.

2. ;

;

.

3.

;

.

### Приём «Переброски»

Рассмотрим метод, который позволяет решать подавляющее большинство полных квадратных уравнений устно, аналогично решению приведенных квадратных уравнений с помощью теоремы Виета.

Рассмотрим полное квадратное уравнение ; (1)

Для его решения мы вначале используем формулу дискриминанта:

и если D > 0, то с помощью формул корней полного квадратного уравнения находим x1 и x2:

.

Теперь рассмотрим другое полное приведенное квадратное уравнение . (2)

Первый коэффициент у этого уравнения равен 1, а второй коэффициент равен b и совпадает со вторым коэффициентом уравнения (1). Свободный член уравнения (2) равен ac и получен как произведение первого коэффициента и свободного члена уравнения (1) (то есть можно сказать, что *a* «перебросилось» к *c*).

Найдем дискриминант и корни квадратного уравнения (2): , т.о. он полностью совпадает с дискриминантом уравнения (1).

Корни уравнения (2): .

Если теперь корни x1,2 сравнить с корнями y1,2, то легко видеть, что корни уравнения (1) можно получить из корней уравнения (2) делением на *a*.

Теперь рассмотрим примеры, в которых очень удобно пользоваться приведенным выше методом «переброски».

|  |  |
| --- | --- |
| Пример 1:  .  ;  делим на 2  ,  Ответ: | Пример 2:  ;  ;  делим на 6    Ответ: |

# Заключение

В данной работе рассмотрены способы решения квадратных уравнений. А также рассмотрены приёмы решения квадратных уравнений, которые позволяют очень быстро и рационально решать квадратные уравнения.

Данные приёмы решения заслуживают внимания, поскольку они не отражены в школьных учебниках математики. Овладение данными приёмами поможет нам экономить время и эффективно решать уравнения. Потребность в быстром решении обусловлена применением тестовой системы вступительных экзаменов.

Таким образом, цели работы - рассмотреть способы решения квадратных уравнений: метод выделения полного квадрата, решение квадратных уравнений по формуле, теорема Виета; изучить приёмы устного решения квадратного уравнения - достигнуты.

# Литература

1. Алгебра. 8 класс. Учебник. Макарычев Ю.Н. и др.
2. Алгебра. 8кл. Дидактический материал. Жохов, Макарычев, Миндюк\_2012 -160с
3. Зив Б.Г., Гольдич В.А. Дидактические материалы, алгебра 8. – С.-Петербург: ЧеРо-на-Неве, 2002.
4. Клюквин М.Ф. Алгебра, 6-8. Пособие для учащихся 6-8 классов. – М.: Просвещение, 1963.
5. Математика (приложение к газете «Первое сентября), №№ 21/96, 10/97, 24/97, 18/98, 21/98.
6. Ш. А. Алимов, Ю. М. Колягин, Ю. В. Сидоров, Н. Е. Федорова, М. И. Шабунин. Учебник 8 класса по алгебре.- М.: Просвещение, 2004.
7. А. П. Савин. Энциклопедический словарь юного математика.- М.: Педагогика, 1989.
8. Г.И. Глейзер «История математики в школе»,- М.: Просвещение,1982.